

1 曲線 $y = \log(x-2)$ 上の点 $P(t, \log(t-2))$ における接線と y 軸との交点を Q とし、点 P から y 軸に下ろした垂線を PR とする。△PQR の面積を A とし、 $\angle PQR = \theta$ とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) $t = \frac{1}{e^2} + 2$ のとき、点 Q の y 座標を求めよ。
- (2) A の最小値を求めよ。
- (3) $t = 5$ のとき、 $\sin 2\theta$ の値を求めよ。
- (4) $A \sin 2\theta$ の最大値を求めよ。

解答 (1) $-3 - 2e^2$ (2) 4 (3) $\frac{3}{5}$ (4) 5

2 △ABC において、 $BC = 1$ 、 $\angle ABC = 2\theta$ 、 $\angle ACB = \theta$ であるとする。AB の長さを x 、AC の長さを y とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) $\frac{y}{x}$ を θ を用いて表せ。
- (2) $x \cos 2\theta + y \cos \theta$ は θ に無関係な値であることを示せ。
- (3) x, y を θ を用いて表せ。
- (4) $x = f(\theta)$ 、 $y = g(\theta)$ とするとき、 xy 平面における曲線 $x = f(\theta)$ 、 $y = g(\theta)$ 上の点 $\left(f\left(\frac{\pi}{6}\right), g\left(\frac{\pi}{6}\right)\right)$ での接線の方程式を求めよ。

解答 (1) $\frac{y}{x} = 2 \cos \theta$ (2) 略 (3) $x = \frac{1}{4 \cos^2 \theta - 1}$ 、 $y = \frac{2 \cos \theta}{4 \cos^2 \theta - 1}$
 (4) $y = \frac{2\sqrt{3}}{3}x + \frac{\sqrt{3}}{6}$