

1 曲線  $y = \log(x-2)$  上の点  $P(t, \log(t-2))$  における接線と  $y$  軸との交点を  $Q$  とし、点  $P$  から  $y$  軸に下ろした垂線を  $PR$  とする。△PQR の面積を  $A$  とし、 $\angle PQR = \theta$  とするとき、次の問いに答えよ。

- (1)  $t = \frac{1}{e^2} + 2$  のとき、点  $Q$  の  $y$  座標を求めよ。
- (2)  $A$  の最小値を求めよ。
- (3)  $t = 5$  のとき、 $\sin 2\theta$  の値を求めよ。
- (4)  $A \sin 2\theta$  の最大値を求めよ。

解答 (1)  $-3 - 2e^2$  (2) 4 (3)  $\frac{3}{5}$  (4) 5

2 △ABC において、 $BC = 1$ 、 $\angle ABC = 2\theta$ 、 $\angle ACB = \theta$  であるとする。AB の長さを  $x$ 、AC の長さを  $y$  とするとき、次の問いに答えよ。

- (1)  $\frac{y}{x}$  を  $\theta$  を用いて表せ。
- (2)  $x \cos 2\theta + y \cos \theta$  は  $\theta$  に無関係な値であることを示せ。
- (3)  $x, y$  を  $\theta$  を用いて表せ。
- (4)  $x = f(\theta)$ 、 $y = g(\theta)$  とするとき、 $xy$  平面における曲線  $x = f(\theta)$ 、 $y = g(\theta)$  上の点  $\left(f\left(\frac{\pi}{6}\right), g\left(\frac{\pi}{6}\right)\right)$  での接線の方程式を求めよ。

解答 (1)  $\frac{y}{x} = 2 \cos \theta$  (2) 略 (3)  $x = \frac{1}{4 \cos^2 \theta - 1}$ 、 $y = \frac{2 \cos \theta}{4 \cos^2 \theta - 1}$   
 (4)  $y = \frac{2\sqrt{3}}{3}x + \frac{\sqrt{3}}{6}$