

1 $a > 0$ とし、点 $P(x, y)$ は、 y 軸からの距離 d_1 と点 $(2, 0)$ からの距離 d_2 が $ad_1 = d_2$ を満たすものとする。 a が次の値のとき、点 $P(x, y)$ の軌跡を求めよ。

(1) $a = \frac{1}{2}$

(2) $a = 1$

(3) $a = 2$

2 座標平面において、半直線 $y = -\sqrt{3}x$ ($x \leq 0$) を ℓ とし、半直線 $y = \sqrt{3}x$ ($x \geq 0$) を m とする。そして 2 点 P, Q が次の条件(*)を満たすとする。

(*) P は ℓ 上に、 Q は m 上にあり、 $PQ = 2$ が成り立つ。

さらに、 $\triangle PQR$ が PQ を斜辺とする直角二等辺三角形となるように点 R をとる。ただし、 R は直線 PQ の上側にあるものとする。

(1) $p \geq 0, q \geq 0$ として、点 P の座標を $(-p, \sqrt{3}p)$ 、点 Q の座標を $(q, \sqrt{3}q)$ とおく。 p と q の間に成り立つ関係式を求めよ。

(2) 点 R の座標を (X, Y) とおく。 X と Y をそれぞれ p, q を用いて表せ。ただし、 (a, b) を $(0, 0)$ でないベクトルとするとき、 (a, b) に垂直で大きさが等しいベクトルは、 $(-b, a)$ または $(b, -a)$ であることを用いてよい。

(3) P と Q が条件(*)を満たしながら動くときの R の軌跡を C とする。 C はある楕円の一部である。その楕円の方程式を求めよ。

(4) $p \geq 0, q \geq 0$ に注意して、軌跡 C を図示せよ。