

1  $a > 0$  とし、点  $P(x, y)$  は、 $y$  軸からの距離  $d_1$  と点  $(2, 0)$  からの距離  $d_2$  が  $ad_1 = d_2$  を満たすものとする。 $a$  が次の値のとき、点  $P(x, y)$  の軌跡を求めよ。

(1)  $a = \frac{1}{2}$

(2)  $a = 1$

(3)  $a = 2$

2 座標平面において、半直線  $y = -\sqrt{3}x$  ( $x \leq 0$ ) を  $\ell$  とし、半直線  $y = \sqrt{3}x$  ( $x \geq 0$ ) を  $m$  とする。そして2点  $P, Q$  が次の条件(\*)を満たすとする。

(\*)  $P$  は  $\ell$  上に、 $Q$  は  $m$  上にあり、 $PQ = 2$  が成り立つ。

さらに、 $\triangle PQR$  が  $PQ$  を斜辺とする直角二等辺三角形となるように点  $R$  をとる。ただし、 $R$  は直線  $PQ$  の上側にあるものとする。

(1)  $p \geq 0, q \geq 0$  として、点  $P$  の座標を  $(-p, \sqrt{3}p)$ 、点  $Q$  の座標を  $(q, \sqrt{3}q)$  とおく。 $p$  と  $q$  の間に成り立つ関係式を求めよ。

(2) 点  $R$  の座標を  $(X, Y)$  とおく。 $X$  と  $Y$  をそれぞれ  $p, q$  を用いて表せ。ただし、 $(a, b)$  を  $(0, 0)$  でないベクトルとするとき、 $(a, b)$  に垂直で大きさが等しいベクトルは、 $(-b, a)$  または  $(b, -a)$  であることを用いてよい。

(3)  $P$  と  $Q$  が条件(\*)を満たしながら動くときの  $R$  の軌跡を  $C$  とする。 $C$  はある楕円の一部である。その楕円の方程式を求めよ。

(4)  $p \geq 0, q \geq 0$  に注意して、軌跡  $C$  を図示せよ。