

1  $\triangle ABC$ において、 $AB=4$ 、 $BC=7$ 、 $AC=5$ とする。

このとき、 $\cos \angle BAC = -\frac{1}{5}$ 、 $\sin \angle BAC = \frac{2\sqrt{6}}{5}$ である。

$\triangle ABC$ の内接円の半径は  $\frac{\sqrt{\text{ア}}}{\text{イ}}$  である。

この内接円と辺  $AB$ との接点を  $D$ 、辺  $AC$ との接点を  $E$ とする。

$AD = \text{ウ}$ 、 $DE = \frac{\text{エ}\sqrt{\text{オカ}}}{\text{キ}}$  である。

線分  $BE$ と線分  $CD$ の交点を  $P$ 、直線  $AP$ と辺  $BC$ の交点を  $Q$ とする。

$\frac{BQ}{CQ} = \frac{\text{ク}}{\text{ケ}}$  であるから、 $BQ = \text{コ}$  であり、 $\triangle ABC$ の内心を  $I$ とすると

$IQ = \frac{\sqrt{\text{サ}}}{\text{シ}}$  である。

また、直線  $CP$ と  $\triangle ABC$ の内接円との交点で  $D$ とは異なる点を  $F$ とすると

$\cos \angle DFE = \frac{\sqrt{\text{スセ}}}{\text{ソ}}$  である。

2  $\triangle ABC$ において  $AB=2$ 、 $AC=1$ 、 $\angle A=90^\circ$ とする。

$\angle A$ の二等分線と辺  $BC$ との交点を  $D$ とすると、 $BD = \frac{\text{ア}\sqrt{\text{イ}}}{\text{ウ}}$  である。

点  $A$ を通り点  $D$ で辺  $BC$ に接する円と辺  $AB$ との交点で  $A$ と異なるものを  $E$ とすると、

$AB \cdot BE = \frac{\text{エオ}}{\text{カ}}$  であるから、 $BE = \frac{\text{キク}}{\text{ケ}}$  である。

次の  $\text{コ}$  には下の ①～③ から、 $\text{サ}$  には ③・④ から当てはまるものを一つずつ選べ。

$\frac{BE}{BD} = \frac{\text{コ}}{\text{カ}}$  であるから、直線  $AC$ と直線  $DE$ の交点は辺  $AC$ の端点  $\text{サ}$ の側の延長上にある。

① < ② = ③ > ④ A C

その交点を  $F$ とすると、 $\frac{CF}{AF} = \frac{\text{シ}}{\text{ス}}$  であるから、 $CF = \frac{\text{セ}}{\text{ソ}}$  である。

したがって、 $BF$ の長さが求まり、 $\frac{CF}{AC} = \frac{BF}{AB}$  であることがわかる。

次の  $\text{タ}$  には下の ①～③ から当てはまるものを一つ選べ。

点  $D$ は  $\triangle ABF$ の  $\text{タ}$ 。

- ① 外心である      ② 内心である      ③ 重心である
- ④ 外心、内心、重心のいずれでもない