

- 1 a と b はともに正の実数とする。
 x の 2 次関数 $y = x^2 + (2a - b)x + a^2 + 1$ のグラフを G とする。
- (1) グラフ G の頂点の座標は $\left(\frac{b}{\text{ア}} - a, -\frac{b^2}{\text{イ}} + ab + \text{ウ} \right)$ である。
- (2) グラフ G が x 軸と共有点をもつとき、 b のとり得る値の範囲は $b \geq \text{エ}a + \text{オ}\sqrt{a^2 + \text{カ}}$ である。
- (3) グラフ G が x 軸に接し、かつ $a = \sqrt{3}$ のとき $b = \text{キ} + \text{ク}\sqrt{\text{ケ}}$ であり、
 グラフ G と x 軸との接点の x 座標は コ である。
 このとき、 $0 \leq x \leq \sqrt{3}$ において、 y の最大値は サ であり、 y の最小値は $\text{シ} - \text{ス}\sqrt{\text{セ}}$ である。
- (4) グラフ G が点 $(-1, 6)$ を通るとき、 b のとり得る値の最大値は ソ であり、そのときの a の値は タ である。
 $b = \text{ソ}$ 、 $a = \text{タ}$ のとき、グラフ G は 2 次関数 $y = x^2$ のグラフを x 軸方向に $\frac{\text{チ}}{\text{ツ}}$ 、 y 軸方向に $\frac{\text{テト}}{\text{ナ}}$ だけ平行移動したものである。

解答 (ア) 2 (イ) 4 (ウ) 1 (エ) 2 (オ) 2 (カ) 1 (キ) 4
 (ク) $\sqrt{\text{ケ}}$ $2\sqrt{3}$ (コ) 2 (サ) 4 (シ) 7 (ス) $\sqrt{\text{セ}}$ $4\sqrt{3}$
 (ソ) 5 (タ) 1 $\frac{\text{チ}}{\text{ツ}} \frac{3}{2}$ $\frac{\text{テト}}{\text{ナ}} \frac{-1}{4}$

- 2 実数 a は 2 次不等式 $a^2 - 3 < a$ を満たすとする。このとき a のとり得る値の範囲は $\frac{\text{ア} - \sqrt{\text{イウ}}}{\text{エ}} < a < \frac{\text{ア} + \sqrt{\text{イウ}}}{\text{エ}}$ である。
- x の 2 次関数 $f(x) = -x^2 + 1$ を考える。
- (1) $a^2 - 3 \leq x \leq a$ における関数 $y = f(x)$ の最大値が 1 であるような a の値の範囲は $\text{オ} \leq a \leq \sqrt{\text{カ}}$ である。
 また、 $a^2 - 3 \leq x \leq a$ における関数 $y = f(x)$ の最大値が 1 で、最小値が $f(a)$ であるような a の値の範囲は $\frac{\text{キク} + \sqrt{\text{ケコ}}}{\text{サ}} \leq a \leq \sqrt{\text{カ}}$ である。
- (2) $a^2 - 3 \leq x \leq a$ における関数 $y = f(x)$ の最大値が $f(a^2 - 3)$ で、最小値が $f(a)$ であるような a の値の範囲は $\sqrt{\text{シ}} \leq a < \frac{\text{ア} + \sqrt{\text{イウ}}}{\text{エ}}$ …… ① である。
 $L = f(a^2 - 3) - f(a)$ とおく。 a の値が ① の範囲にあるとき、 L のとり得る値の範囲を求めてみよう。 $t = a^2$ とおいて、 L を t を用いて表すと $L = \text{ス}t^2 + \text{セ}t - \text{ソ}$ である。 a の値が ① の範囲にあるとき、 t の値の範囲は $\text{シ} \leq t < \frac{\text{タ} + \sqrt{\text{チツ}}}{\text{テ}}$ である。
 したがって、 L のとり得る値の範囲は $\text{ト} < L \leq \frac{\text{ナニ}}{\text{ヌ}}$ である。また、
 $L = \frac{\text{ナニ}}{\text{ヌ}}$ となるのは、 $t = \frac{\text{ネ}}{\text{ノ}}$ のときである。

解答 $\frac{\text{ア} - \sqrt{\text{イウ}}}{\text{エ}} \frac{1 - \sqrt{13}}{2}$ (オ) $\leq a \leq \sqrt{\text{カ}}$ $0 \leq a \leq \sqrt{3}$
 $\frac{\text{キク} + \sqrt{\text{ケコ}}}{\text{サ}} \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}$ $\sqrt{\text{シ}}$ $\sqrt{3}$
 $(\text{ス})t^2 + (\text{セ})t - (\text{ソ}) -t^2 + 7t - 9 \frac{(\text{タ}) + \sqrt{(\text{チツ})}}{\text{テ}} \frac{7 + \sqrt{13}}{2}$ (ト) 0
 $\frac{(\text{ナニ})}{(\text{ヌ})} \frac{13}{4}$ $\frac{(\text{ネ})}{(\text{ノ})} \frac{7}{2}$