

1 太陽を周回する惑星の運動に関する次の文章を読み、下の問い(1)~(3)に答えよ。
 惑星が太陽に最も近づく点を近日点、最も遠ざかる点を遠日点と呼ぶ。図1のように、太陽からの惑星の距離と惑星の速さを、近日点で r_1 , v_1 、遠日点で r_2 , v_2 とする。また、太陽の質量、惑星の質量、万有引力定数をそれぞれ M , m , G とする。

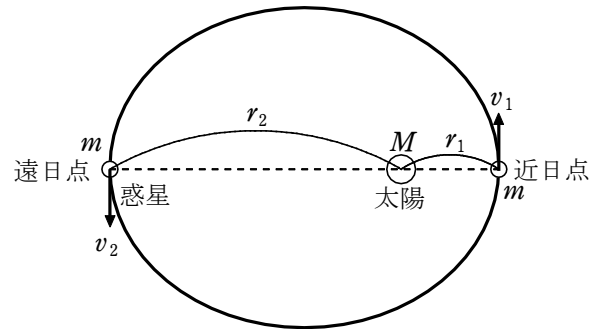


図1

(1) 惑星の運動については「惑星と太陽とを結ぶ線分が一定時間に通過する面積は一定である」というケプラーの第二法則(面積速度一定の法則)が成り立つ。これから得られる関係式として正しいものを、次の ①~⑥ のうちから1つ選べ。

- ① $\frac{r_1}{Mv_1} = \frac{r_2}{mv_2}$ ② $mr_1v_1 = Mr_2v_2$
- ③ $\frac{r_1}{mv_1} = \frac{r_2}{Mv_2}$ ④ $Mr_1v_1 = mr_2v_2$
- ⑤ $\frac{r_1}{v_1} = \frac{r_2}{v_2}$ ⑥ $r_1v_1 = r_2v_2$

(2) 図2の(a)~(d)の曲線のうち、太陽からの惑星の距離 r と惑星の運動エネルギーの関係を表すものはどれか。また、距離 r と万有引力による位置エネルギーの関係を表すものはどれか。その組合せとして最も適当なものを、下の ①~⑥ のうちから1つ選べ。ただし、万有引力による位置エネルギーは、無限遠で0とする。

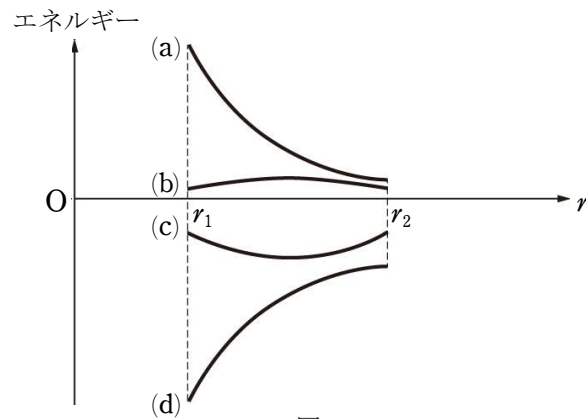


図2

	運動エネルギー	位置エネルギー
①	(a)	(b)
②	(a)	(c)
③	(a)	(d)
④	(b)	(a)
⑤	(b)	(c)
⑥	(b)	(d)

(3) 次の文章中の空欄 ・ に入れる式と語の組合せとして最も適当なものを、次の ①~⑧ のうちから1つ選べ。

惑星の軌道が円である場合と、楕円(だえん)である場合の力学的エネルギーについて考える。図3の軌道Aのように、惑星が半径 r の等速円運動をすると、その速さは $v = \text{ア}$ となる。一方、軌道Bのように、近日点での太陽からの距離が r となる楕円運動の場合、惑星の力学的エネルギーは、軌道Aの場合の力学的エネルギーに比べて 。

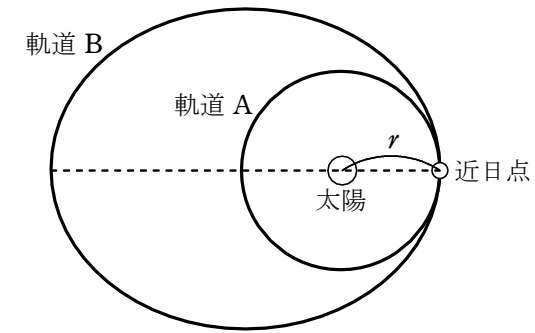


図3

	ア	イ
①	$m\sqrt{\frac{G}{Mr}}$	大きい
②	$m\sqrt{\frac{G}{Mr}}$	小さい
③	$M\sqrt{\frac{G}{mr}}$	大きい
④	$M\sqrt{\frac{G}{mr}}$	小さい
⑤	$\sqrt{\frac{Gm}{r}}$	大きい
⑥	$\sqrt{\frac{Gm}{r}}$	小さい
⑦	$\sqrt{\frac{GM}{r}}$	大きい
⑧	$\sqrt{\frac{GM}{r}}$	小さい

解答 (1) ⑥ (2) ③ (3) ⑦

2 図1のように、十分大きくなめらかな円錐(えんすい)面が、中心軸を鉛直に、頂点Oを下にして置かれている。大きさの無視できる質量 m の小物体が円錐面上を運動する。頂点Oにおいて円錐面と中心軸のなす角度を θ とし、重力加速度の大きさを g とする。

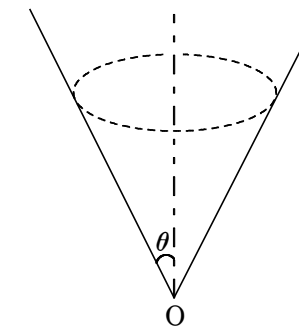


図 1

(1) 図2のように、頂点Oから距離 l の位置に小物体を置き、静かに放した。小物体が頂点Oに到達するまでの時間を表す式として正しいものを、下の①～⑧のうちから1つ選べ。

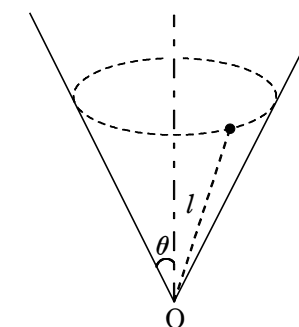


図 2

- ① $\frac{l}{g}$ ② $\frac{l}{g} \tan \theta$ ③ $\frac{l}{g \cos \theta}$ ④ $\frac{l}{g \sin \theta}$
 ⑤ $\sqrt{\frac{2l}{g}}$ ⑥ $\sqrt{\frac{2l}{g} \tan \theta}$ ⑦ $\sqrt{\frac{2l}{g \cos \theta}}$ ⑧ $\sqrt{\frac{2l}{g \sin \theta}}$

(2) 次に、図3のように、大きさ v_0 の初速度を水平方向に与えると、小物体は等速円運動をした。その半径 a を表す式として正しいものを、下の①～⑧のうちから1つ選べ。 $a =$

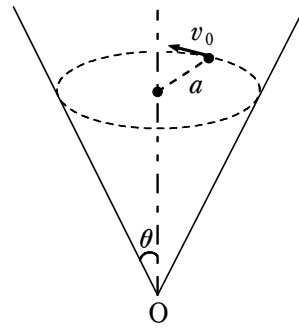


図 3

- ① $\frac{g \sin \theta}{v_0^2}$ ② $\frac{g \cos \theta}{v_0^2}$ ③ $\frac{g}{v_0^2 \tan \theta}$ ④ $\frac{g \sin \theta \cos \theta}{v_0^2}$
 ⑤ $\frac{v_0^2}{g \sin \theta}$ ⑥ $\frac{v_0^2}{g \cos \theta}$ ⑦ $\frac{v_0^2 \tan \theta}{g}$ ⑧ $\frac{v_0^2}{g \sin \theta \cos \theta}$

(3) 次に、図 4 のように、頂点 O から距離 l_1 の点 A で、大きさ v_1 の初速度を与えたところ、小物体は円錐面にそって運動し、頂点 O から距離 l_2 の点 B を通過した。点 B における小物体の速さを表す式として正しいものを、下の ①～⑨ のうちから 1 つ選べ。 3

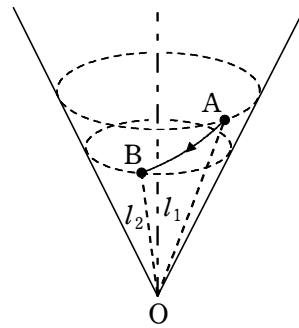


図 4

- ① $\sqrt{2g(l_1 - l_2)}$ ② $\sqrt{v_1^2 + 2g(l_1 - l_2)}$
 ③ $\sqrt{2g(l_1 - l_2) \cos \theta}$ ④ $\sqrt{v_1^2 + 2g(l_1 - l_2) \cos \theta}$
 ⑤ $\sqrt{2g(l_1 - l_2) \sin \theta}$ ⑥ $\sqrt{v_1^2 + 2g(l_1 - l_2) \sin \theta}$
 ⑦ v_1 ⑧ $v_1 \cos \theta$
 ⑨ $v_1 \sin \theta$

解答 (1) ⑦ (2) ⑦ (3) ④